



**GYMNÁZIUM F. X. ŠALDY**

PŘEDMĚTOVÁ KOMISE FYSIKY

---

# **Mechanika tekutin**

*Poznámky & ilustrace k výuce  
v 1. ročníku / kvintě*

Gymnázium F. X. Šaldy • Honsoft  
2004 • Verze 2.0

## PŘEDZNAMENÁNÍ

Tento text slouží jako pomocný, faktografický text k výuce fyziky v gymnáziu. Nelze jej považovat za učebnici k samostatnému studiu nebo za jediný zdroj informací, se kterým má student pracovat.

Mechanika tekutin je zařazena na konci učiva 1. ročníku; tradičně bývá tématem, na které nezbyvá čas, a probírá se potom *poněkud nedůkladně*. Vyučující se domnívá, že vyučovací hodiny je – i při časové tísní – lépe věnovat spíše řešení problémů než zapisování definic a obkreslování obrázků. Proto jsou zde takovéto obrázky a základní poznámky shrnuty; studenti budou moci méně psát a více přemýšlet. Problémy, doplňkové otázky a příklady nejsou součástí tohoto textu; v hodinách jsou zadávány jinak. Ve vyučovacích hodinách je probírané učivo (oproti tomuto textu) přibližováno dále 3D modely a četnými experimenty. Pro vyučujícího jsou také k dispozici všechny obrázky ve formě samostatných souborů; lze je promítat dataprojektorem a komentovat.

Tento faktografický text nepřináší (ostatně ani přinášet nemůže) pranic originálního. Jde o kompilaci několika pramenů uzpůsobenou studentům gymnázia; seznam těchto pramenů je připojen v závěru. Tam je také přehled zdrojů použitých ilustrací. Laskavý čtenář promine „ilustrační nejednotnost“; bylo by obtížné a časově náročné vytvářet originální ilustrace. Doufejme, že tvůrci nových ilustrací v Metafontu či Metapostu vyrostou ze čtenářů tohoto textu. Text byl pořízen v typografickém systému T<sub>E</sub>X; užitý formát  $\mathcal{A}\mathcal{M}\mathcal{S}$ -T<sub>E</sub>X.

Toto je první, „pracovní“ verze textu; prosím čtenáře, aby autora upozornil na nalezené chyby.

-jvk-

# ZÁKLADNÍ POJMY

**Kapalná tělesa** – mají stálý objem, v tíhovém poli je jejich volná hladina vodorovná, mezi molekulami působí odpudivé síly → malá stlačitelnost.

**Plynná tělesa** – nemají stálý objem ani tvar, jsou snadno stlačitelná.

**Tekutiny** – společný název pro plyny a kapaliny. Charakteristická vlastnost: **tekutost** – částice se po sobě posouvají. Tekutost různých látek je *různá* – závisí na vnitřním tření (odporové síly proti pohybu částic). Mechanika kapalin a plynů studuje *rovnováhu* kapalin resp. plynů (**hydrostatika** resp. **aerostatika**) a jejich *pohyb* (**hydrodynamika** resp. **aerodynamika**).

Pro snadnější popis kapalin a plynů užíváme *idealizované modely*:

**Ideální kapalina** – dokonale tekutá, bez vnitřního tření, zcela nestlačitelná.

**Ideální plyn** – dokonale tekutý, bez vnitřního tření, dokonale stlačitelný.

**Kontinuum** – prostředí, které považujeme za spojité, nepřehlídíme k částicové struktuře (atomy, molekuly).

**Tlak** je skalární veličina definovaná vztahem

$$p = \frac{F}{S}, \quad (1)$$

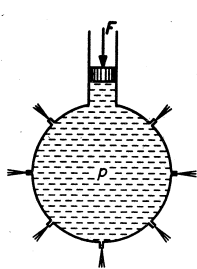
kde  $F$  je velikost síly působící kolmo na plochu tekutiny o obsahu  $S$ . Jednotkou je **pascal**:

$$1 \text{ Pa} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}. \quad (2)$$

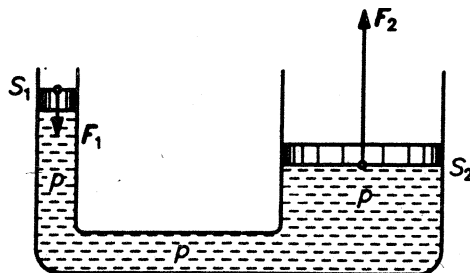
**Dvojitý původ tlaku:** 1) tlak vyvolaný vnější silou, 2) tlak vyvolaný tíhovou silou, kterou na tekutinu působí Země.

## TLAK V TEKUTINĚ VYVOLANÝ VNĚJŠÍ SILOU

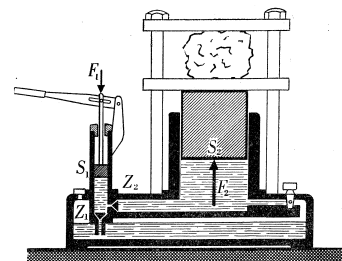
V tuhém tělese se tlaková síla působící na horní podstavu tuhého tělesa přenáší na spodní podstavu, v kapalném tělese se (díky tekutosti) přenáší do všech směrů (viz „krychličkový“ a „kuličkový“ model, „ježek“ (OBR. 1) aj.).



OBR. 1



OBR. 2A



OBR. 2B

**Pascalův zákon:** Tlak vyvolaný vnější silou, která působí na tekuté těleso v uzavřené nádobě, je ve všech místech tekutiny stejný.<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> Pascalův zákon platí přesně pouze tehdy, nepůsobí-li na tekutinu tíhová síla, nebo je-li tato síla kompenzována – např. v beztížném stavu.

Aplikace: **hydraulická zařízení** (lisy, zvedáky, písty), **pneumatická zařízení** (buchary, kladiva, brzdy vlaků).

**Princip hydraulických a pneumatických zařízení** – dvě válcové nádoby nestejného průřezu u dna spojené trubicí (OBR. 2), naplněné tekutinou obsahují dva písty o průřezu  $S_1$  resp.  $S_2$ . Na píst o průřezu  $S_1$  působíme silou  $\vec{F}_1$ , tím se v tekutině vyvolá tlak  $p_1$ , který je ve všech místech tekutého tělesa stejný, proto platí rovnost:

$$p_1 = p_2 \Rightarrow \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{S_1}{S_2}. \quad (3)$$

(Velikosti sil působících na písty jsou ve stejném poměru jako průřezů těchto pístů.)

## TLAK V TEKUTINĚ VYVOLANÝ TÍHOVOU SILOU

### Tlak v kapalině vyvolaný tíhovou silou

Na všechny částice v nádobě působí  $\vec{F}_G$ . Hydrostatická síla působící na dno se rovná tíze kapaliny v nádobě.

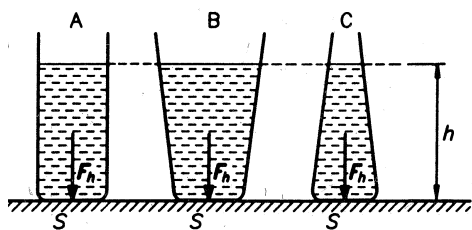
$$F_h = G = mg = \rho Vg = \rho Shg. \quad (4)$$

Velikost hydrostatické síly *závisí* na: hustotě, obsahu dna, hloubce. *Nezávisí* na tvaru a objemu kapalného tělesa. Skutečnost, že velikost hydrostatické síly nezávisí na objemu kapalného tělesa, se komusi zdála paradoxní, proto se situace znázorněná v OBR. 3 (hydrostatická síla u dna všech nádob je stejná) nazývá **hydrostatické paradoxon** (popř. **hydrostatický paradox**).<sup>2)</sup>

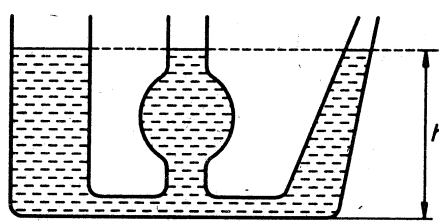
**Hydrostatický tlak** daný vztahem

$$p_h = \frac{F_h}{S} = \rho hg \quad (5)$$

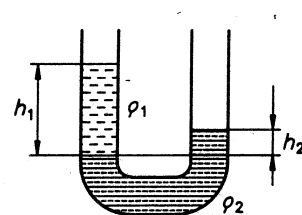
je přímo úměrný hustotě kapaliny a hloubce pod volným povrchem kapaliny.<sup>3)</sup>



OBR. 3



OBR. 4



OBR. 5

**Spojené nádoby** (OBR. 4) – u dna stejný tlak, proto kapalina vystoupí ve všech nádobách to stejné výšky. Užití: vodoznak (rychlvarné konvice, kropící vozy), nivelační váha.

<sup>2)</sup> Paradox (z řec.  $\pi\alpha\rho\alpha$  – proti,  $\delta\omicron\xi\alpha$  – mínění) – zdánlivě nebo skutečně protismyslné tvrzení. Paradoxy mechaniky tekutin jsou zdánlivé, umí je vysvětlit žák ZŠ; s paradoxy theorie množin je to „poněkud obtížnější“.

<sup>3)</sup> Připomeňme, že vzorec platí pro ideální – tedy nestlačitelnou – kapalinu. Je-li kapalina stlačitelná, je problém tlaku analogický tlaku ve vzduchu, viz další části textu. Dále nutno poznamenat, že pod povrchovou vrstvou kapaliny, v kapkách a v bublinách vzniká ještě další tlak, který je třeba k hydrostatickému tlaku přičíst. Podrobněji budou tyto kapilární jevy studovány ve 2. ročníku/sextě.

**Spojené nádoby s různými kapalinami** – naplníme-li nádobu různými kapalinami o hustotách  $\rho_1$  a  $\rho_2$ , ustálí se hladiny v různých výškách  $h_1$  a  $h_2$  (OBR. 5). Platí:

$$p_1 = p_2 \Rightarrow \rho_1 h_1 g = \rho_2 h_2 g \Rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{h_2}{h_1}. \quad (6)$$

Hustoty kapalin jsou v převráceném poměru k výškám kapalin nad společným rozhraním. Lze užít k určení hustoty nějaké kapaliny, známe-li hustotu kapaliny jiné (např. vody).

**Tlak krve** v hlavě stojícího člověka je nižší než tlak krve v nohou. Při ztrátě vědomí odkrvením mozku může pomoci položení do vodorovné polohy. Ve startujících raketách či v bojových letadlech dochází ke zvýšení hydrostatického tlaku při přetížení. V beztížném stavu naopak dochází k vyrovnání tlaků v různých částech těla. Obojí může být nebezpečné.

## Tlak vzduchu

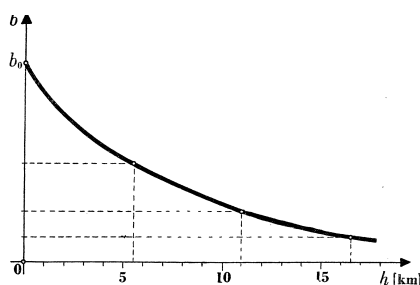
Horní vrstvy atmosféry působí silou na dolní vrstvy, tím vzniká **atmosférický tlak**. Je-li v daném místě atmosférický tlak  $p_A$ , působí na plochu  $S$  **atmosférická síla** o velikosti  $F = p_A S$ .

Zatímco kapaliny jsou skoro nestlačitelné, a proto se hustota kapalného tělesa v nádobě s hloubkou nemění a platí jednoduchý vztah (5), hustota vzduchu se s výškou mění: u hladiny moře je větší než ve větších výškách. Atmosférický tlak tedy se stoupající výškou klesá, a tato závislost je složitější než u kapalin. Vyjadřuje ji **barometrická rovnice**:

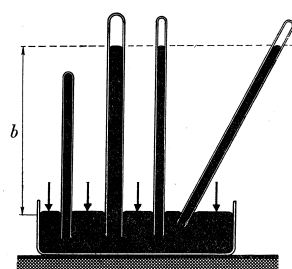
$$p_A = p_0 e^{-\frac{\rho_0 h g}{p_0}}, \quad (7)$$

kde  $p_0$  je tlak a  $\rho_0$  hustota vzduchu ve (zvolené) nulové výšce,  $e$  je základ přirozeného logaritmu. Podle této rovnice lze okamžitý tlak v daném místě přepočítat na tlak na hladině moře (porovnání míst s různou nadmořskou výškou). Graficky je závislost atmosférického tlaku na výšce vyjádřena v OBR. 6.

Atmosférický tlak se mění během času  $\rightarrow$  vývoj počasí. U nás jsou hodnoty atmosférického tlaku obvykle od 935 hPa do 1055 hPa. Dohodou stanoven **normální atmosférický tlak**: 101 325 Pa, tj. 1013,25 hPa. Na atmosférickém tlaku závisí mnoho dalších veličin, např. bod varu kapalin.



OBR. 6



OBR. 7

K měření tlaku se užívají **tlakoměry**. Lze je rozdělit do tří skupin: **barometry** k měření atmosférického tlaku, **manometry** k měření vyšších tlaků než je atmosférický, **vakuometry** k měření nižších tlaků než je tlak atmosférický.<sup>4)</sup>

<sup>4)</sup> V některých knihách se slov „manometr“ či „barometr“ užívá pouze jako synonymum ke slovu tlakoměr. Vakuometry budou popsány v kapitole *Struktura a vlastnosti plynného skupenství látek* učebního textu pro druhý ročník (sextu).

Poprvé byl atmosférický tlak změřen r. 1643 při tzv. **Torricelliho pokusu**. Tlak vzduchového sloupce je v rovnováze s tlakem rtuťového sloupce v zatavené skleněné trubici (OBR. 7); platí (6).

## 1. Barometry

a) **kapalinové** – vycházejí z Torricelliho pokusu, tlak vzduchu se určuje na základě výšky (zpravidla) rtuťového sloupce. Existuje mnoho uspořádání (dvouramenný, Fortinův, Wildův), která se snaží eliminovat nepřesnosti měření způsobené kapilárními jevy. Nejjednodušší, dvouramenný kapalinový manometr je v OBR. 8.

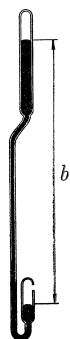
b) **kovové (deformační) barometry (aneroidy)** – jsou snadno přenosné, mají ale menší přesnost. Nevýhodou je také dopružování plechových částí. **Vidiho krabicový aneroid** (OBR. 9) – oblá krabička s podstavami ze zvlněného plechu, ze které je vyčerpán vzduch. Při změnách tlaku vzduchu se mění prohnutí podstav; změny ukazuje ručička na stupnici. **Bourdonův aneroid** (OBR. 10) – plochá kovová vyčerpaná trubice stočená do oblouku. Při rostoucím tlaku se trubice více zakřivuje, při klesajícím se rozevívá. Pohyb konců trubice se převodem přenáší na ručičku.

## 2. Manometry

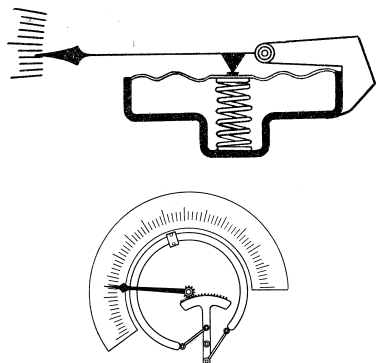
a) **otevřený rtuťový** (OBR. 11) – skleněná trubice tvaru U, jeden její konec je otevřený, druhý spojený s nádobou, v níž se určuje tlak. Rozdíl hladin v obou ramenech udává přetlak v nádobě.

b) **kovový manometr** – plyn se vpustí do trubice, princip stejný jako u Bourdonova aneroidu.

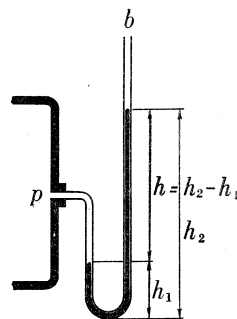
Na měřidlech lze najít stupnice ve starších jednotkách: milibar ( $1\text{mb} = 1\text{hPa}$ ) či torr ( $760\text{ torr} = 1013,25\text{ hPa}$ ).



OBR. 8



OBR. 9 / OBR. 10



OBR. 11

## Exkurs: Atmosféra Země

Zemská atmosféra – vzdušný obal Země. Atmosféru lze členit dle různých hledisek.

### 1. Rozdělení dle složení

a) **směs plynů**:  $\text{N}_2$  78 %, kyslík  $\text{O}_2$  21 %, argon Ar 0,9 %, oxid uhličitý  $\text{CO}_2$  0,03 %, neon Ne 0,002 %, dále hélium He, metan  $\text{CH}_4$ , krypton Kr, vodík H, ozón  $\text{O}_3$ ,

b) **voda**: různé formy – vodní pára, kapky, ledové částice,

c) **příměsi**: prach, krystalky solí, vulkanický popel, výtrusy, bakterie.

## 2. Vertikální členění

Vertikálně lze atmosféru členit podle těchto hledisek: a) podle průběhu teploty vzduchu s výškou, b) podle elektrických vlastností vzduchu, c) podle intenzity promíchávání vzduchu.

a) **členění podle průběhu teploty v závislosti na výšce** (v pořadí dle rostoucí výšky nad povrchem Země)

**Troposféra** – sahá v našich zeměpisných šířkách přibližně do výše 11 km nad úrovní moře, u pólů pouze 8–9 km a nad rovníkem asi 17–18 km (příčinou zploštění v oblasti pólů je zemská rotace). Teplota v troposféře s výškou klesá. V našich zeměpisných šířkách dosahuje teplota na její horní hranici hodnot kolem  $-55\text{ }^{\circ}\text{C}$ , nad rovníkem asi  $-80\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Troposféra obsahuje podstatnou část vodní páry vyskytující se v atmosféře, vytvářejí se v ní oblaky, vznikají zde atmosférické srážky. Tlak vzduchu ve výškách kolem 11 km dosahuje hodnot cca 200 hPa.

**Stratosféra** – od horní hranice troposféry do výše přibližně 50 km nad úrovní moře. V její spodní části se teplota vzduchu s výškou prakticky nemění, ve vyšších hladinách s výškou roste tak, že v oblasti horní hranice stratosféry může dosahovat i kladných hodnot ve  $^{\circ}\text{C}$ . Součástí stratosféry je ozónosféra (vrstva s relativně vysokým obsahem ozónu  $\text{O}_3$ , absorbuje UV záření, umožňuje existenci života na Zemi).

**Mezosféra** – ve výškách zhruba od 50 do 80 km. Ostrý pokles teploty s výškou: v oblasti její horní hranice dosahuje teplota vzduchu  $-80\text{ }^{\circ}\text{C}$  až  $-100\text{ }^{\circ}\text{C}$

**Termosféra** – do 500 km. Teplota v termosféře nejprve s výškou výrazně roste, potom zůstává zhruba konstantní a řádově dosahuje stovek  $^{\circ}\text{C}$ . Vzhledem k nepatrné hustotě vzduchu v těchto výškách však už zde nelze teplotu měřit běžnými termometrickými metodami, ale určuje se na základě kinetické energie pohybu jednotlivých molekul.

**Exosféra** – poslední vrstva zemské atmosféry, která plynule přechází v meziplanetární prostor.

b) **členění z hlediska elektrických vlastností**

**Neutrosféra** – cca do 60 km nad povrchem Země. Elektrická vodivost vzduchu, působená ionizací molekul jednotlivých plynných složek ovzduší, je v této oblasti relativně velmi malá.

**Ionosféra** – v hladinách kolem 60 km. Elektrická vodivost vzduchu zde vlivem kosmického záření roste s výškou natolik, že se začíná projevovat charakteristickým odražením radiových vln.

c) **členění podle intenzity promíchávání vzduchu**

Intenzita promíchávání vzduchu je do výšek 90–100 km nad úrovní moře dostatečná k tomu, aby procentuální zastoupení hlavních plynných složek ovzduší (kromě vodní páry, ozónu a oxidu uhličitého) se s výškou prakticky neměnilo. Tuto část atmosféry proto nazýváme **homosférou**. Ve větších výškách již vliv vertikálního promíchávání slábne a vertikální rozložení složek vzduchu je převážně dáno difúzní rovnováhou, tzn., že s výškou ubývá rychleji relativně těžších plynů. Nejsvrchnější části zemské atmosféry jsou proto tvořeny převážně vodíkem a vrstvy ovzduší nad homosférou se nazývají **heterosféra**.<sup>5)</sup>

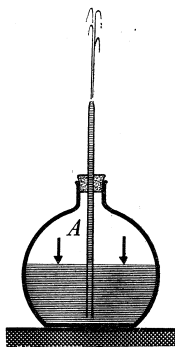
<sup>5)</sup> Podrobněji viz učební text pro 2. ročník, kap. *Vlastnosti plynného skupenství látek*.

## Přístroje založené na tlaku vzduchu

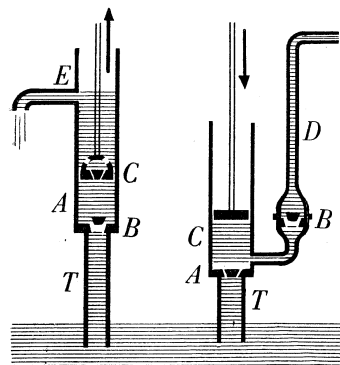
**Heronova bání** je uzavřená nádoba (OBR. 12), která je spojena s okolním prostorem trubicí, procházející uzávěrem (zátkou). Trubice svým spodním koncem dosahuje téměř ke dnu nádoby, její horní konec je zúžený. V nádobě uzavřeme určité množství vody tak, aby nad ní zůstal prostor  $A$  vyplněný vzduchem. Zvýší-li se tlak vzduchu v prostoru  $A$ , přetlak vzduchu (který nemůže unikat) na vodní hladinu způsobí, že voda tryská zúženým otvorem ven. Přetlak v prostoru  $A$  můžeme vyvolat buď nahuštěním vzduchu hustilkou, nebo vháněním vody pod tlakem další trubicí připojenou ke spodní části baňky (vozová stříkačka).

**Pumpa na zdviž** (OBR. 13). Táhneme-li pístem vzhůru, zvětšuje se prostor  $A$ , a tím se v něm snižuje tlak vzduchu. Přetlak vnějšího vzduchu žene kapalinu do trubice  $T$ , kapalina stoupá, zvedne záklopku  $B$  a vniká do prostoru  $A$ . Pohybujeme-li pak pístem zpět (dolů); uzavřeme ventil  $B$  a kapalina vniká záklopkou  $C$  nad píst. Dalším pohybem vzhůru zvedá píst kapalinu, která otvorem  $E$  vytéká ven. Vodu lze zvednout nejvýše do 10 m.

**Pumpa na tlak** (OBR. 14). Protože v důsledku velikostí tlaku vzduchu lze vodu prakticky nasávat jen asi z hloubky 7 metrů, užíváme při zvedání vody do větších výšek pumpu na tlak. Při pohybu pístu vzhůru se otevře záklopku  $A$  a uzavře záklopku  $B$ ; voda vniká do trubice  $T$  přetlakem vnějšího vzduchu a z ní do prostoru  $C$ . Pohybem pístu dolů uzavřeme záklopku  $A$ , otevře se záklopku  $B$  a voda je tlačena do prostoru  $D$ , odkud stříká ven, nebo je tlačena potrubím do výše.<sup>6)</sup>



OBR. 12



OBR. 13 OBR. 14

## VZTLAKOVÁ SÍLA V KAPALINÁCH A PLYNECH

Tělesa v tekutinách jsou nadlehčována **vztlakovou silou** – výslednicí hydrostatických resp. aerostatických sil působících na různé části povrchu tělesa v tekutině v klidu.

Předpokládejme, že v tekutině o hustotě  $\rho_K$  je těleso tvaru kvádrů o obsahu podstav  $S$  a výšce  $h$  (OBR. 15). Na všechny části povrchu tělesa působí hydrostatické (aerostatické) síly. Síly působící na boční stěny mají stejnou velikost a opačný směr, navzájem se ruší. Pro velikost (výsledné) vztlakové síly pak platí:

$$F_{vz} = F_2 - F_1 = \rho_K S h_2 g - \rho_K S h_1 g = \rho_K S g (h_2 - h_1) = \rho_K S h g = \rho_K V g. \quad (7)$$

<sup>6)</sup> Další zařízení (např. vývěvy) budou popsány v učebních textech pro 2. ročník.

Protože  $\rho_K V g$  je tíha tekutiny o téžže objemu  $V$  jako je objem tělesa do tekutiny ponořeného, můžeme vyslovit **Archimédův zákon**: Těleso ponořené do tekutiny je nadlehčováno silou, jejíž velikost se rovná velikosti tíhy tekutiny tělesem vytlačené.<sup>7)</sup>

Důsledek: 3 **možnosti chování tělesa** o hustotě  $\rho$  po vložení do (homogenní) kapaliny hustoty  $\rho_K$  OBR. 16. Na těleso působí Země tíhovou silou  $\vec{F}_G$  a kapalina vztlakovou silou  $\vec{F}_{vz}$ . O chování tělesa v kapalině rozhoduje výslednice těchto sil  $\vec{F}_v$ , kde  $\vec{F}_v = \vec{F}_G + \vec{F}_{vz}$ .

Těleso klesá ke dnu

$$F_G > F_{vz}$$

$$\rho V g > \rho_K V g$$

$$\rho > \rho_K$$

Těleso se volně vznáší

$$F_G = F_{vz}$$

$$\rho V g = \rho_K V g$$

$$\rho = \rho_K$$

Těleso plove na hladině

$$F_G < F_{vz}$$

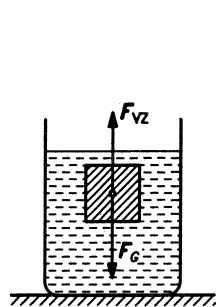
$$\rho V g < \rho_K V g$$

$$\rho < \rho_K$$

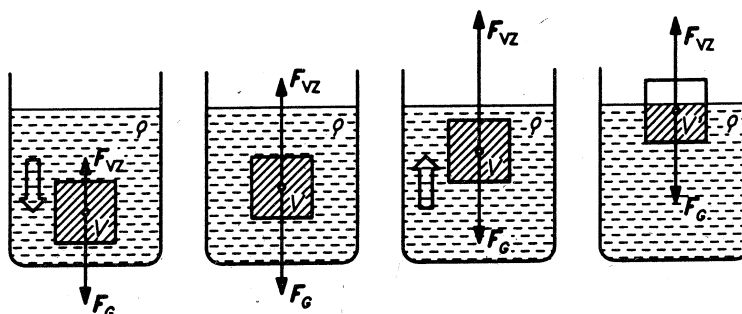
Ve třetím případě se těleso o objemu  $V$  ustaví na hladině v rovnovážné poloze, kdy část tělesa je nad hladinou, část o objemu  $V'$  pod hladinou. Přitom

$$F_G = F_{vz} \Rightarrow \rho V g = \rho_K V' g \Rightarrow \frac{V'}{V} = \frac{\rho}{\rho_K}. \quad (8)$$

Objem ponořené části tělesa a objem celého tělesa je ve stejném poměru jako hustota tělesa a hustota kapaliny – princip hustoměru.



OBR. 15



OBR. 16

## PROUDĚNÍ IDEÁLNÍCH TEKUTIN

**Proudění tekutiny** – pohyb kapaliny resp. plynu v jednom směru. Tento pohyb studuje **hydrodynamika** resp. **aerodynamika**.

**Ustálené proudění** – v daném místě mají částice tekutiny stále stejnou rychlost. Opak: neustálené proudění.

**Proudnice** – spojnice bodů, kterými částice kapaliny prošla (trajektorie částice); rychlost částice v daném bodě má směr tečny k proudnici.

**Proudová trubice** – prostor, kde kapalina prochází. **Proudové vlákno** – tekutý obsah proudové trubice.

<sup>7)</sup> Pro přesnost nutno dodat předpoklad: Těleso je i s tekutinou v klidu v inerciální vztažné soustavě. Poznamenejme, že takto formulovaný Archimédův zákon platí (narozdí od vzorce (7)) i v nehomogenních tekutých tělesech.

### Historické poznámky

Daniel Bernoulli (1700–1782) – základy hydrodynamiky a aerodynamiky  
Leonhard Euler (1707–1783), Joseph-Louis Lagrange (1736–1813) – další rozvoj  
20. století – zdokonalení vlivem rychlého rozvoje letectví

**Tlaková potenciální energie** (OBR. 14) – popisuje schopnost tekutiny (v klidu, o tlaku  $p$ ) konat práci (protržení potrubí, odplavení zeminy apod.). Předpokládejme, že kapalina je ve velké nádrži; její hladina je udržována v konstantní výši. Z nádoby vychází trubice s pístem o obsahu  $S$ , tlak kapaliny v trubici je  $p$ . Posune-li se píst působením tlakové síly kapaliny  $F = pS$  o délku  $\Delta x$ , vykoná práci

$$W = F\Delta x = pS\Delta x = p\Delta V. \quad (9)$$

Touto prací je určena tlaková potenciální energie.

## Zákony zachování pro proudící ideální kapalinu

### a) zákon zachování hmotnosti – rovnice kontinuity (spojitosti) toku

Za stejnou dobu proteče oběma průřezy trubice stejné množství kapaliny. (Důsledek předpokladu o nestlačitelnosti ideální kapaliny.)

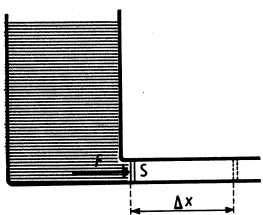
Hmotnost kapaliny, která vteče do trubice průřezem  $S_1$  za dobu  $t$ , je  $m_1 = V_1\rho = S_1v_1t\rho$ ; podobně hmotnost kapaliny, která za stejnou dobu z trubice vyteče průřezem  $S_2$ , je  $m_2 = V_2\rho = S_2v_2t\rho$ . Platí

$$m_1 = m_2 \Rightarrow S_1v_1t\rho = S_2v_2t\rho \Rightarrow S_1v_1\rho = S_2v_2\rho. \quad (10)$$

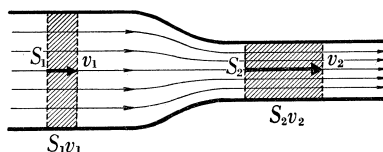
Protože ideální kapalina je nestlačitelná, je její hustota konstantní, proto lze ještě krátit:

$$S_1v_1 = S_2v_2 \text{ neboli } \frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1}. \quad (11)$$

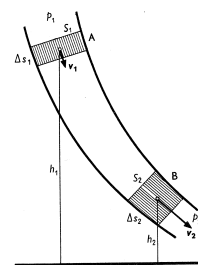
Slovně: V trubici o nesteržném průřezu jsou rychlosti nepřímo úměrné průřezům (OBR. 15). V zúžené části trubice teče tekutina rychleji, v širší pomaleji (viz např. stlačování hadice, zúžení řeky).



OBR. 14



OBR. 15



OBR. 16

**Hmotnostní tok** – podíl hmotnosti kapaliny, která proteče daným průřezem za dobu  $t$ , a této doby:

$$Q_m = \frac{m}{t} = \frac{Svt\rho}{t} = Sv\rho. \quad (12)$$

Jednotkou hmotnostního toku je  $\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$ . Hmotnostní tok je číselně roven hmotnosti kapaliny, která proteče daným průřezem trubice za jednotku času.<sup>8)</sup>

<sup>8)</sup> Toto tvrzení je názorné, ale problematické: Je nutno dodat, že volíme pouze základní a koherentně odvozené (hlavní) jednotky v soustavě SI.

**Objemový tok** (objemový průtok) – podíl objemu kapaliny, která proteče daným průřezem za dobu  $t$ , a této doby:

$$Q_V = \frac{V}{t} = \frac{Svt}{t} = Sv. \quad (13)$$

Jednotkou objemového toku je  $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ . Hmotnostní tok je číselně roven objemu kapaliny, která proteče daným průřezem trubice za jednotku času.

Měření: vodoměry, plynoměry.

### b) zákon zachování energie – Bernoulliho rovnice

Zkoumejme část kapaliny v trubici obecného tvaru. Průřez v místě  $A$  označíme  $S_1$ , rychlost  $v_1$ , tlak  $p_1$  a výšku nad zvolenou základní hladinou  $h_1$ . Příslušné veličiny v místě  $B$  jsou  $S_2$ ,  $v_2$ ,  $p_2$ ,  $h_2$ . (Viz OBR. 16.) Za určitou malou dobu  $\Delta t$  projde oběma průřezy stejné množství kapaliny; hmotnost takové vrstvy označme  $\Delta m$ . Vyjádříme celkovou energii  $E_1$  resp.  $E_2$  v místě  $A$  resp.  $B$ ; uvažujeme o energii kinetické, potenciální tíhové a potenciální tlakové:

$$E_1 = \frac{1}{2} \Delta m v_1^2 + \Delta m g h_1 + p_1 \Delta V, \quad E_2 = \frac{1}{2} \Delta m v_2^2 + \Delta m g h_2 + p_2 \Delta V. \quad (14)$$

Podle zákona zachování energie je  $E_1 = E_2$ , tedy:

$$\frac{1}{2} \Delta m v_1^2 + \Delta m g h_1 + p_1 \Delta V = \frac{1}{2} \Delta m v_2^2 + \Delta m g h_2 + p_2 \Delta V. \quad (15)$$

Celou rovnici vydělíme  $\Delta V$  majíce na paměti, že  $\frac{\Delta m}{\Delta V} = \rho$ :

$$\frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 + p_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2 + p_2. \quad (16)$$

Vztah lze zapsat stručněji:

$$\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h + p = \text{konst.} \quad (17)$$

Vztahy (16) a (17) jsou vyjádřením Bernoulliho rovnice v **obecném tvaru**.

Pokračujme v úpravách a vydělme rovnost (17) výrazem  $\rho g$ . Dostaneme **technický tvar** Bernoulliho rovnice

$$\frac{1}{2} \frac{v^2}{g} + h + \frac{p}{\rho g} = \text{konst.} \quad (18)$$

Všechny členy Bernoulliho rovnice zapsané ve tvaru (18) mají rozměr výšky. Pozornému čtenáři navíc jednotlivé vzorce nejsou nepovědomé: rozpoznává vztahy známé z popisu volného pádu a z hydrostatiky. Proto můžeme jednotlivé členy nazvat takto:

**Rychlostní výška**  $\frac{1}{2} \frac{v^2}{g}$  – výška, ze které by muselo padat těleso v homogenním tíhovém poli ve vakuu, aby (u povrchu Země) dosáhlo rychlosti o velikosti  $v$ .

**Polohová výška**  $h$  – geometrická výška nad nulovou hladinou potenciální energie.

**Tlaková výška**  $\frac{p}{\rho g}$  – výška, kterou musí mít sloupec kapaliny, aby u dna nádoby pod tímto sloupcem byl hydrostatický tlak  $p$ .

## Bernoulliova rovnice pro vodorovnou trubici

Vraťme se nyní k Bernoulliově rovnici ve tvaru (17) a upravme ji pro případ vodorovné trubice. Je zřejmé, že v případě vodorovné trubice se nemění potenciální tíhová energie kapaliny, z rovnice tedy vypadne prostřední člen. Platí:

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + p = \text{konst}; \quad (19)$$

podrobněji

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + p_2. \quad (20)$$

Prozkoumejme fyzikální rozměr prvního členu výrazu. Dosadíme-li příslušné jednotky, dostaneme

$$\left[ \frac{1}{2}\rho v^2 \right] = \text{kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})^2 = \text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2} = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{m}^{-2} = \text{N} \cdot \text{m}^{-2} = \text{Pa}; \quad (21)$$

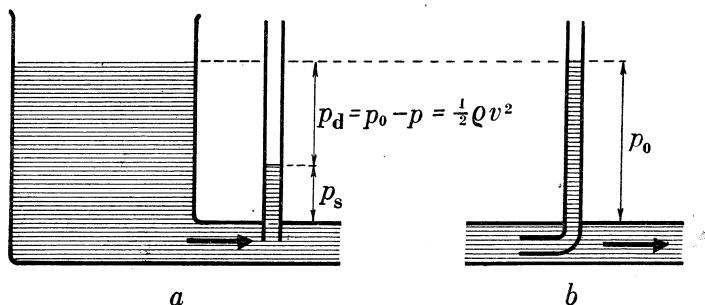
první člen má rozměr tlaku a jeho velikost závisí na rychlosti, proto se nazývá **dynamický tlak**. Analogicky druhý člen nazveme **statický tlak**. Jejich součet je potom **celkový tlak**. Symbolicky zapsáno:

$$\text{Celkový tlak} = \text{dynamický tlak} + \text{statický tlak}. \quad (22)$$

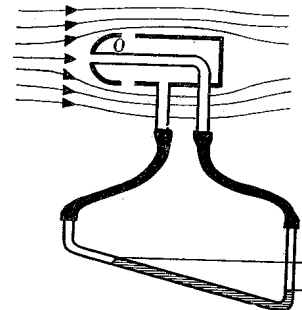
**Statický tlak** se měří **manometrickou trubicí** (OBR. 17) – kapalina vystoupí do jisté výšky podle statického tlaku.

**Celkový tlak** měří **Pitotova trubice** (OBR. 18). Je to trubice zahnutá proti směru proudění. Proudící tekutina se v sondě (trubicí) zastaví, takže měřený statický tlak se rovná celkovému tlaku.

**Dynamický tlak** měří **Prandtlova trubice** (OBR. 19), která je spojením dvou předcházejících trubic. Je vpředu kulovitě zaoblená, na obvodu má prstencovou šěrbinu nebo navrtány otvory. Tato trubice měří statický tlak. Do ní, k měření celkového tlaku, je zasunuta druhá trubice o menším průměru. Každá z obou trubic je připojena kolmými trubicemi, kterými se tlaky přenášejí do kapalinového manometru. Odečtený rozdíl tlaků se rovná tlaku dynamickému, z něhož můžeme vypočítat i rychlost proudu.



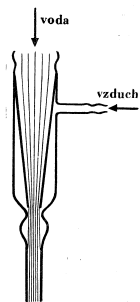
OBR. 17 / OBR. 18



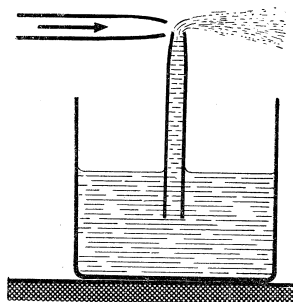
OBR. 19

Vraťme se k rovnici (20). V užším místě trubice má kapalina (podle rovnice kontinuity) vyšší rychlost, tedy i vyšší  $E_k$  a vyšší dynamický tlak. Zvýšení dynamického tlaku má podle (22) za následek snížení statického, skutečného tlaku  $p$ .

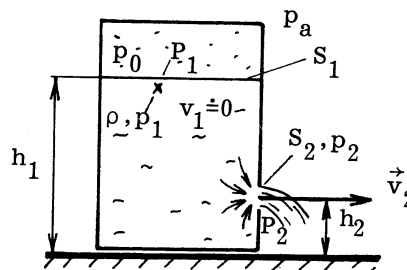
**Hydrodynamický paradox (hydrodynamické paradoxon):** Protéká-li tekutina úzkou trubicí, roste dynamický tlak a statický výrazně klesá (téměř na nulu). Důsledky a užití: vodní vývěva (OBR. 20), fixírka (OBR. 21); pokus se dvěma listy papíru, vznášení míče v proudu vzduchu.



OBR. 20



OBR. 21



OBR. 22

### Rychlost vytékající kapaliny

Na OBR. 22 je znázorněna nádoba o průřezu  $S_1$ . V boku nádoby je otvor o průřezu  $S_2$ , který je zanedbatelně malý vzhledem k  $S_1$ . Z rovnice kontinuity  $S_1 v_1 = S_2 v_2$  potom plyne, že  $v_1 \rightarrow 0$ . Protože je nádoba otevřená, jsou tlaky  $p_1$  i  $p_2$  rovny tlaku atmosférickému  $p_A$ . Do Bernoulliovy rovnice

$$\frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 + p_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2 + p_2$$

nyní dosadíme výše uvedené výrazy:

$$\rho g h_1 + p_A = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2 + p_A. \quad (23)$$

Odečteme  $p_A$  a vyjádříme výtokovou rychlost  $v_2$ :

$$v_2 = \sqrt{2g(h_1 - h_2)}. \quad (24)$$

Odvozený vzorec nazýváme **Torricelliův vztah**; důvtiplný čtenář (nebo snaživý šprt) si jistě rozpomene na vztah pro rychlost při volném pádu, který je s ním shodný.

## PROUDĚNÍ REÁLNÉ KAPALINY

Dříve uvedené rovnice byly odvozeny pro ideální kapalinu (bez vnitřního tření); důsledkem toho byl předpoklad o stejné rychlosti všech částic procházejících jistým průřezem trubice. Proudnicе částic ideální kapaliny se neprotínají.

V reálné kapalině tomu tak není. Působí síly **vnitřního tření** (vazkosti, viskozity), zpomalují pohyb částic. Přímo při stěně, v tzv. **mezní vrstvě kapaliny**, je rychlost částic rovna nule a s rostoucí vzdáleností od stěny se postupně zvětšuje. Největší rychlosti dosahuje proud v ose trubice. Rozdělení rychlosti v průřezu trubice, tzv. **rychlostní profil** (OBR. 23), jak plyne z pokusu i výpočtu, je parabolické.

Rozdělení proudění reálné kapaliny podle rychlosti:

**laminární proudění** – při menších rychlostech, tekutina proudí v myšlených vrstvách, které se za tření po sobě posouvají; proudnicе se neprotínají,

**turbulentní proudění** – částice tekutiny opisují při nepravidelné křivky, rychlost tekutiny v určitém bodě se nepravidelně mění co do velikosti i co do směru – **turbulence** (z lat. *turbulentis* – neuspořádaný, *turbo* – vír); proudnice se protínají.

## Obtékání těles reálnou tekutinou

Studujeme případ, kdy do tekoucí tekutiny je vloženo těleso, popř. kdy ženeme tekutinu kolem tělesa, tzn. případ relativního pohybu pevných těles a tekutiny. Vznikají odporové síly působící proti směru pohybu (hydrodynamické, aerodynamické síly). Velikost odporové síly opět závisí na rychlosti proudění:

Při *menší* relativní rychlosti (tzn. při laminárním proudění) tekutina těleso obtéká,  $\vec{F}_o$  je malá, její velikost je přímo úměrná rychlosti  $v$ . Např. pro velikost odporové síly působící na těleso tvaru koule platí **Stokesův vzorec**:

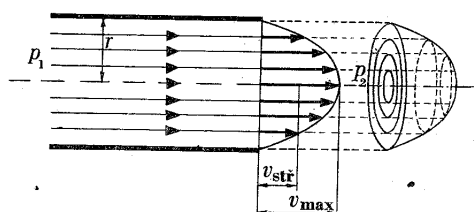
$$F_o = 6\pi\eta r v, \quad (25)$$

kde  $r$  je poloměr koule,  $v$  její rychlost a  $\eta$  viskozita kapaliny.<sup>9)</sup>

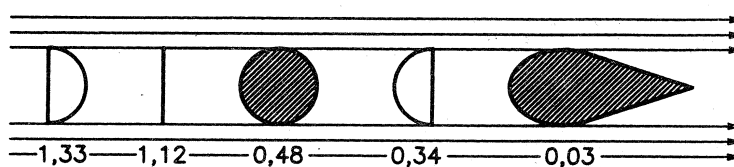
Při *větší* relativní rychlosti (tzn. při turbulentním proudění) vznikají za tělesem víry. Mezní vrstva se totiž v jistém místě tělesa odtrhne od jeho povrchu a vznikne za ním prostor, vyplněný tzv. mrtvou tekutinou, jež se za tělesem udržuje a víří.  $\vec{F}_o$  je úměrná druhé mocnině rychlosti („pomalejší“ zrychlování aut při „větší“ rychlosti). Velikost odporové síly je v tomto případě dána vztahem:

$$F_o = \frac{1}{2} C S \rho v^2, \quad (26)$$

kde  $S$  je průřez tělesa ve směru kolmém na směr jeho pohybu,  $C$  součinitel odporu (měřen experimentálně ve vzduchových tunelech). Příklady tvarů těles o stejném průřezu (a odpovídající hodnoty  $C$ ) jsou v OBR. 24.



OBR. 23



OBR. 24

**Aerodynamický tvar**, který se v technice hojně používá při různých konstrukcích, má nejmenší odpor, protože omezuje tvoření vírů za tělesem. Proudění za tělesem takového tvaru je skoro laminární, podobně jako by těleso bylo obtékáno dokonalou tekutinou. Odpor prostředí a ztráty energie se takto omezí na nejnižší míru.

**Anemometr** – přístroj pro měření rychlosti větru: čtyři polokulovité misky jsou na kříži otáčivém kolem svislé osy. Otáčení, které je tím větší, čím větší je rychlost větru, se přenáší na počítačové zařízení.

<sup>9)</sup> Uvedený vzorec bude využit v učivu o elektřině ve 3. ročníku k vysvětlení Millikanova pokusu.

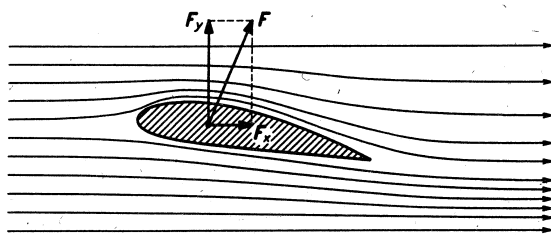
## Létání

a) **balony** (tělesa *lehčí* než vzduch) – nadnášeny vztlakovou silou (Archimedův zákon)

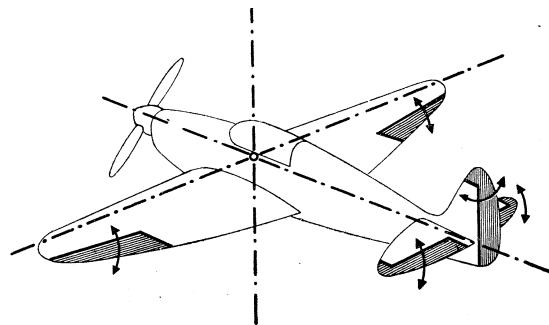
b) **letadla** (tělesa *těžší* než vzduch) – nesouměrný tvar křídla způsobí, že proudnice na horní straně křídla se zhušťují, kdežto na spodní straně se jejich průběh nezmění; nad křídlem je tedy rychlost proudu větší než pod křídlem. Podle Bernoulliovy rovnice je proto na horní straně křídla statický tlak vzduchu menší než tlak atmosférický, nastává podtlak, který způsobuje nasávání horní části plochy vzhůru, kdežto pod křídlem vzniká přetlak, který tlačí nosnou plochu také nahoru. Výslednici  $F$  všech sil působících na křídlo rozkládáme na svislou složku  $F_y$  a vodorovnou složku  $F_x$  (OBR. 25). Svislá složka, **aerodynamická vztlaková síla**, překonává tíhu letounu. Vodorovná složka, **aerodynamická odporová síla**, je překonávána tahem vrtule nebo u proudových letounů tahem plynů vytékajících tryskou. Velikosti složek jsou vyjádřeny vztahy:

$$F_x = \frac{1}{2} C_x \rho v^2 S, \quad F_y = \frac{1}{2} C_y \rho v^2 S. \quad (27)$$

Činitelé  $C_x$  resp.  $C_y$  se nazývají **součinitel odporu** resp. **součinitel vztlaku**; závisí na úhlu náběhu  $\alpha$  a na tvaru křídla, určují se experimentálně ve vzduchových tunelech.



OBR. 25A



OBR. 25B

### Historické poznámky

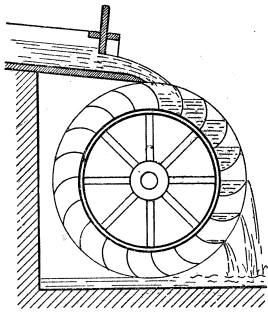
Prvé letadlo pro klouzavý let sestrojil Otto Lilienthal, který se při pokusech o létání zabil (1891). První letadlo s benzinovým motorem řídili bratři Wrightové (1903). Prvním českým letcem byl Jan Kašpar (1911 – první úspěšný let z Pardubic do Prahy). Zakladatelem letecké aerodynamiky je ruský vědec Nikolaj Jegorovič Žukovskij (1847–1921; zákon vztlaku na rovnou plochu, teorie profilu nosné plochy letadla).

## Vodní motory

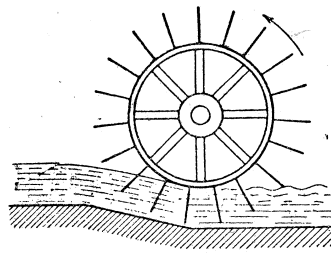
Energie vody se využívá na pohon vodních motorů, které zužitkují pohybovou energii vody. Dva základní typy: vodní kola (využívají tíhu vody), vodní turbíny (využívají kinetickou energii vody).

### Vodní kola

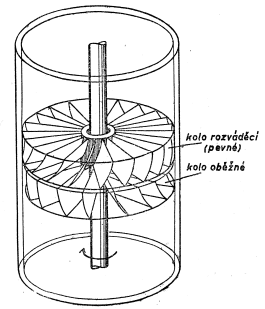
Nejstarší vodní motory. Mají vodorovný hřídel, na němž je nasazen náboj ramenových hvězdic, nesoucí věnec s korečky. Vodní kola jsou dvojího druhu: a) **kolo na vrchní vodu** (OBR. 26) určené pro menší množství vody a větší spád s účinností asi 70 %, b) **kolo na spodní vodu** (OBR. 27) pro větší množství vody a menší spád s účinností asi 60 %.



OBR. 26



OBR. 27



OBR. 28

## Vodní turbíny

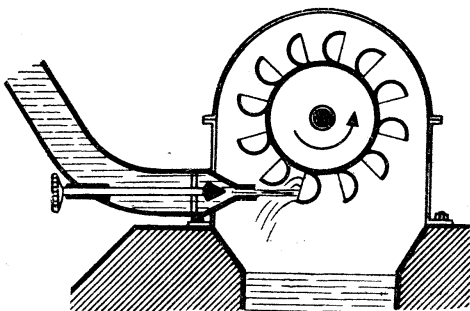
Mají lopátkové rozváděcí kolo (nehybné) a kolo oběžné. V rozváděcím kole (zařízení) se mění tlaková energie vody, příslušná spádu, v energii pohybovou a vodnímu proudu se dává žádoucí směr (OBR. 28).

**Peltonova turbína** (OBR. 29) – vodní proud přichází jednou nebo více tryskami na část oběžného kola, opatřenou zahnutými miskami lopatek. Regulace množství vody proteklé turbínou, a tím i jejího výkonu se provádí pohybem jehly, která se vsouvá do otvoru trysky a svým tvarem přitom mění šířku průtokové štěrbin, kterou voda vytéká. Používá se pro velké spády a menší průtokové množství.

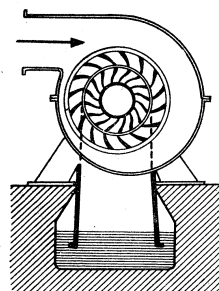
**Francisova turbína** (1849) (OBR. 30) – vtok vody do turbíny se děje kolmo k ose hřídele po celém obvodu a je regulován natáčivými lopatkami rozváděcího kola; tím se reguluje i výkon turbíny. Používá se pro střední a vyšší spády.

**Kaplanova turbína** (1919) (OBR. 31) – voda z rozváděcího kola s natáčivými lopatkami vtéká na oběžné kolo, které má rovněž natáčivé lopatky. Regulace výkonu se děje změnou průtokového množství vody natáčením oběžných lopatek. Rozváděcí lopatky bývají obvykle pootočený a zajištěny v nejvýhodnější poloze. Turbínu vynalezl Viktor Kaplan z Brna (1876–1934).

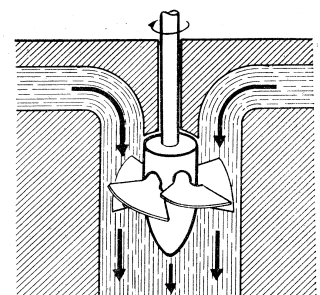
Energii proudících plynů využívají větrné motory; další použití je u bezmotorového létání, plachetních lodí apod.



OBR. 29



OBR. 30



OBR. 31

## MALÝ SLOVNÍČEK POJMŮ

Uvádění anglických ekvivalentů českých pojmů probíraných v textu není v dnešní době snobismem, nýbrž nutností. Z důvodů „lepší čitelnosti“ textu nejsou anglické pojmy uváděny na příslušných místech textu, ale souhrnně zde v závěru.

Pojmy jsou řazeny v tom pořadí, v jakém se v textu postupně objevují. Všechny anglické termíny jsou převzaty z publikace [VSF].

kapalina	liquid
plyn	gas
tekutina	fluid
ideální tekutina	ideal fluid
(hydrostatický) tlak	(hydrostatic) pressure
Pascalův zákon	Pascal's law, Pascal's principle
(normální) atmosférický tlak	(normal) atmospheric pressure
tlakoměr	pressure gauge
(otevřený kapalinový) manometr	(open-tube) manometer
vztlaková síla	buoyant force
proudnice	streamlines, lines of flow
proudová trubice	streamtube
proudové vlákno	stream fibre
rovnice kontinuity	continuity equation
hmotnostní tok	mass flow rate
objemový tok	volume flow rate
zákon zachování energie	law of conservation of energy
Bernoulliova rovnice	Bernoulli's equation
rychlostní výška	velocity head
polohová výška	local head
tlaková výška	pressure head
statický tlak	static pressure
dynamický tlak	dynamic pressure
Pitotova / Prandtlůva trubice	Pitot / Prandtl tube
výtok tekutiny	fluid outflow
laminární proudění	laminar flow
turbulentní proudění	turbulent flow
aerodynamická vztlaková síla	aerodynamic lifting force
aerodynamická odporová síla	aerodynamic resistance force, drag force
součinitel odporu	drag coefficient
součinitel vztlaku	lift coefficient

## LITERATURA

- [ME] Bednařík, M. – Šíroká, M. – Bujok, P.: Fyzika pro gymnázia: Mechanika. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1994.
- [FU1] Vachek, J. – Bednařík, M. – Klobušnický, K. – Novák, J. – Šabo, I.: Fyzika I. 2. vyd. Praha: SPN, 1985.
- [Šan93] Šantavý, I.: Mechanika. 1. vyd. Praha: SPN, 1993.
- [Špa54] Špaček, M. – Wagner, J.: Fysika pro 7. postupný ročník. 1. vyd. Praha: SPN, 1954.
- [FC1] Fuka, J. – Kleveta, A. – Šolc, M.: Cvičení z fyziky I. 1. vyd. Praha: SPN, 1985.
- [Hla71] Hlavička, A. – Bělař, A. – Krčmešský, J. – Špelda A.: Fyzika pro pedagogické fakulty. 1. vyd. Praha: SPN, 1971.
- [Hor61] Horák, Z. – Krupka, F. – Šindelář, V.: Technická fyzika. 3. vyd. Praha: SNTL, 1961.
- [Bed89] Bednář Jan: Pozoruhodné jevy v atmosféře. 1. vyd. Praha: Academia, 1989.
- [VSF] Výkladový slovník fyziky pro základní vysokoškolský kurz. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2001.
- [Pra93] Prach, V.: Řecko-český slovník. 2. vyd. Praha: Scriptum, 1993. (Reprint 1. vyd., Praha, 1942.)

## Zdroje obrázků

- [ME] 1, 2A, 3–5, 12, 13, 20–22, 24, 25A
- [FU1] 14
- [Špa54] 26–28
- [FC1] 16
- [Hla71] 2B, 6–11, 14–19, 23, 25B, 29–31